

**Les supports de cours suivants font référence au cours de Mr SOL et à son livre :
"Accès à l'université" chez DUNOD**

**Les supports de cours ne sont pas complets, ils ne contiennent ni les
démonstrations, ni certains schémas et exemples vus en cours.**

**Pour une bonne compréhension du cours, la présence et l'écoute en cours restent
vivement conseillés.**

Chapitre I :

Pré-requis

nécessaires

I. Éléments de la théorie des ensembles

1) Présentation de la théorie des ensembles

A. *Ensembles, éléments, appartenance*

Ex : $E = \{e, c, o, n, o, m, i\} = \{\text{lettres de l'alphabet français permettant d'écrire le mot économie}\}$

Définition : un ensemble est un groupement d'éléments ayant en commun une ou plusieurs propriétés qui le caractérisent.

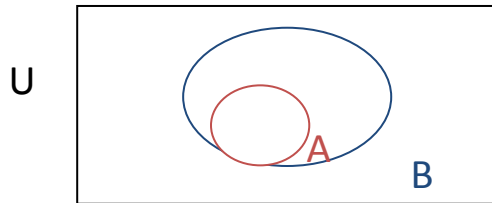
On note : $n \in E$ et $n \notin E$

Remarques :

- 1) Il y a deux grandes manières de définir les ensembles :
 - a. En nommant tous les éléments (par extension)
 - b. En énonçant les caractéristiques essentielles qui permettent de définir tous les éléments (en compréhension)
- 2) L'ensemble qui contient tous les éléments du domaine d'étude s'appelle **l'ensemble univers**
Pour notre exemple $U = \{a, b, c, \dots, x, y, z\} = \{\text{lettres de l'alphabet français}\}$
- 3) A l'inverse, l'ensemble qui ne contient aucun élément est appelé « **l'ensemble vide** » : $\emptyset$

B. Sous ensembles – Inclusion

- A est un sous ensemble de B si tout élément de A $\in$ B, on note $A \subset B$.



- A n'est pas un sous ensemble de B si il existe un élément de A qui n'est pas contenu dans B

$$A \not\subset B$$

$$\text{Ex : } E = \{e, c, o, n, o, m, i\}$$

$$A = \{e, c, o\}$$

$$D = \{e, r, t\}$$

$$\text{On a } A \subset E \text{ et } D \not\subset E$$

C. Les quantificateurs

- $\forall$ « quel que soit » ou « pour tout »
- $\exists$ « il existe au moins »

Exemples :

$$(A \subset B) \Leftrightarrow (\forall a \in A \Rightarrow a \in B)$$

$$(A \not\subset B) \Leftrightarrow (\exists a \in A / a \notin B)$$

D. Égalité de deux ensembles

On dit que deux ensembles sont égaux s'ils sont constitués par les mêmes éléments

On note $A=B$

Ex : $\{e, c, o\} = \{c, o, e\} = \{e, e, e, c, c, o\}$

E. Ensemble des parties d'un ensemble

L'ensemble des parties d'un ensemble a pour éléments des sous-ensembles qu'on peut former avec les éléments de l'ensemble.

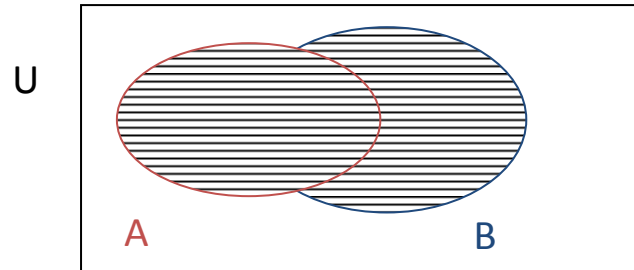
Si $A=\{e,c,o\}$ l'ensemble des parties de A : $\mathcal{P}(A)=\{\{e,c,o\},\{e,c\},\{e,o\},\{c,o\},\{e\},\{c\},\{o\}, \emptyset\}$

Remarques :

- 1) On parle indifféremment de partie d'un ensemble ou de sous ensemble.
- 2) Tout ensemble est inclus dans lui-même
- 3) L'ensemble vide est inclus dans tout ensemble

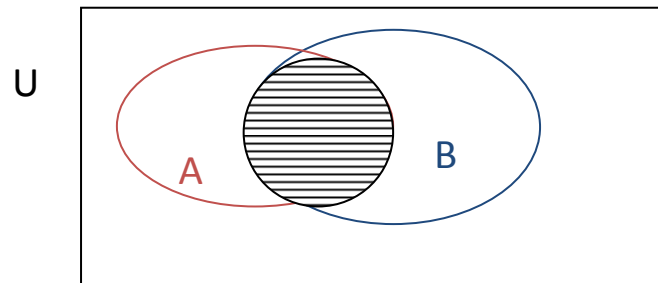
2) Principales opérations sur les ensembles

A. *Union*



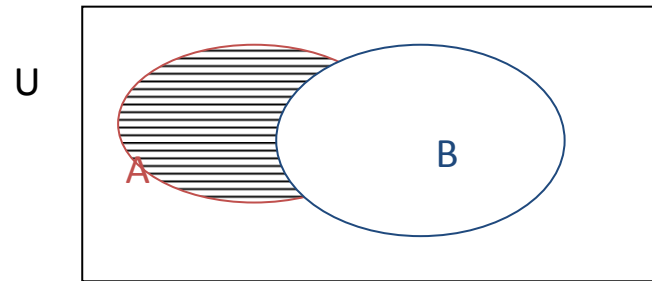
$$A \cup B = \{x \text{ tel que } x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

B. *Intersection*



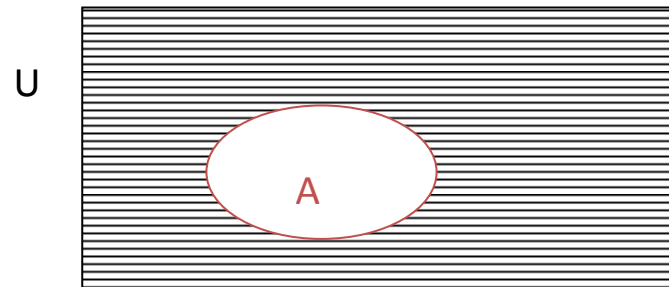
$$A \cap B = \{x \text{ tel que } x \in A \text{ et } x \in B\}$$

C. Différence



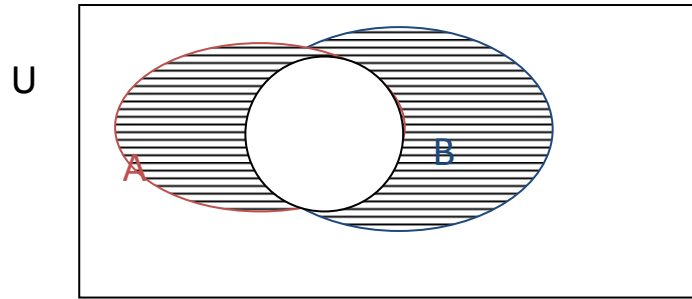
$$A - B = A \setminus B = \{x \text{ tel que } x \in A \text{ et } x \notin B\}$$

D. Complément



$$U - A = C_U^A = \bar{A}$$

E. La différence symétrique



$$A \Delta B = \{(A - B) \cup (B - A)\} = \{(A \cup B) - (A \cap B)\}$$

Exemples :

$$A=\{1,2,3\} \quad B=\{4,5\} \quad C=\{2,3,4,5,6\} \quad U=\{\text{chiffres de 1 à 10}\}$$

- $\mathcal{P}(A)=\{\{1,2,3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1\},\{2\},\{3\}, \emptyset\}$
- $A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$
- $A \cup C = \{1,2,3,4,5,6\}$
- $A \cap B = \emptyset$
- $A \cap C = \{2,3\}$
- $\bar{A} = \{4,5,6,7,8,9,10\}$
- $C - A = \{4,5,6\} = C \cap \bar{A}$
- $\bar{C} = \{1,7,8,9,10\}$
- $\bar{A} \cap \bar{C} = \{7,8,9,10\}$
- $\overline{A \cup C} = \{7,8,9,10\}$

3) Principaux théorèmes relatifs aux opérations union et intersection

A. Idempotence

- $A \cap A = A$
- $A \cup A = A$

B. commutativité

- $A \cap B = B \cap A$
- $A \cup B = B \cup A$

C. Associativité

- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$
- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$

D. Distributivité

- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

E. Absorption

- $A \cap (A \cup B) = A$ Car $A \subset (A \cup B)$
- $A \cup (A \cap B) = A$ Car $(A \cap B) \subset A$

F. Loi de Morgan

- $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
- $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

4) Cardinal d'un ensemble

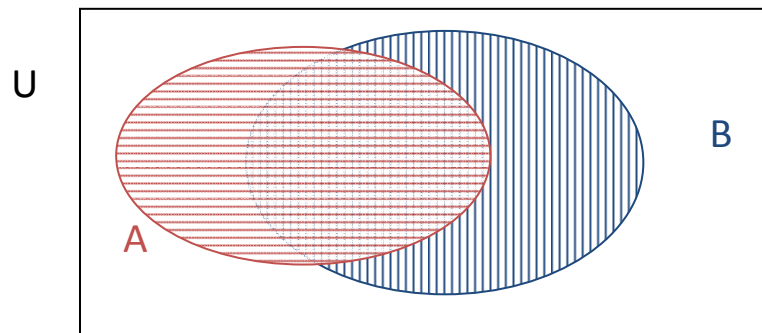
A. Définition

On appelle cardinal d'un ensemble A le nombre d'éléments de l'ensemble A

Ex : $A = \{e, c, o\}$ $\text{Card}(A) = 3$

B. Deux propriétés

$$\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$$



$$\text{card}(A) = \text{card}(A \cap B) + \text{card}(A \cap \bar{B})$$

C. Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble

Si $\text{card}(A)=n$ alors $\text{card}(\mathcal{P}(A))=2^n$

5) Produit cartésien

A. Couple

Def : Soit 4 éléments : x, y, x', y'

(x,y) et (x',y') sont des couples si leur égalité est définie par :

$$[(x,y)=(x',y')] \Leftrightarrow x=x' \text{ et } y=y'$$

Remarque : la notion de couple est différente de celle d'ensemble. On a toujours $\{x,y\}=\{y,x\}$ alors qu'en général, $(x,y) \neq (y,x)$

B. Produit cartésien de deux ensembles

Def : le produit cartésien (ou ensemble produit) d'un ensemble A par un ensemble B est l'ensemble :

$$A \times B = \{(a,b) \text{ tel que } a \in A \text{ et } b \in B\}$$

Exemple : Soit $A=\{1,2,3\}$ et $B=\{4,5\}$

$$A \times B = \{(1,4), (1,5), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5)\}$$

Remarques :

- 1) Le produit cartésien n'est pas commutatif : $A \times B \neq B \times A$
- 2) Le produit cartésien de A par lui même se note $A \times A = A^2$
- 3) $\text{card}(A \times B) = \text{card}(A) \times \text{card}(B)$
- 4) La notion de produit cartésien s'étend aux produits de plus de deux ensembles :
 $E_1 \times E_2 \times E_3 \dots \times E_n$

II. Opérations sur les nombres réels

1) Principaux ensembles de nombres

- **Entier naturels** : $\mathbb{N}=\{0,1,2 \dots 12,13,\dots\}$

Ils permettent de résoudre des équations, mais pas toutes par ex :

$$X+5=2 ?$$

- **Entier relatif** : $\mathbb{Z}=\{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2 \dots\}$

- **Nombre rationnels** : $\mathbb{Q}$: nombre qui vient d'un ratio (rapport), une fraction, tout couple (a,b) avec $b \neq 0$ où a et $b \in \mathbb{Z}$

Si on a deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ on a $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right) \Leftrightarrow (a \cdot d = c \cdot b)$ (produit en croix)

Parmi les nombres rationnels, la partie décimale peut être :

- Absente
 - Définie
 - Périodique
- **Nombre irrationnels** : ils sont obtenus en faisant le rapport de deux entiers, mais leur partie décimale est **infinie et non périodique**

Ex : $\pi = 3.14 \dots$

$$\sqrt{2} = 1.414 \dots$$

$$e = 2.718\dots$$

L'union des nombres rationnels et irrationnels donne l'ensemble des nombres réels :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Rappel :

$$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\} =] - \infty; 0[\cup] 0; +\infty[$$

$$\mathbb{R}^+ = [0; +\infty[$$

Intervalles :

Soit 2 nombres a et b , $[a,b]$ = ensemble des nombres réels x tels que $a \leq x \leq b$

- $]a,b[$ = ensemble des nombres réels x tels que $a < x < b$
- $]a,b]$ = ensemble des nombres réels x tels que $a < x \leq b$
- $[a,b[$ = ensemble des nombres réels x tels que $a \leq x < b$
- $]-\infty,a]$ = ensemble des nombres réels x tels que $x \leq a$
- $]a,+\infty[$ = ensemble des nombres réels x tels que $x > a$

2) Principales propriétés des fractions

- $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right) \Leftrightarrow (a \cdot d = c \cdot b)$

- Si $m \neq 0$ alors $\frac{a \cdot m}{b \cdot m} = \frac{a}{b}$

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$

- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

3) Valeur absolue

Soit a un nombre réel,

- que signifie $|a|$?

$$|a| = +a \text{ si } a > 0$$

$$|a| = -a \text{ si } a < 0$$

$$|a| = 0 \text{ si } a = 0$$

$$\text{Ex : } |5| = |-5| = 5$$

- que signifie $|a| = |b|$?

$$|a| = |b| \Leftrightarrow \text{ soit } a = b$$

$$\text{Soit } a = -b$$

Explications :

$$\blacksquare \text{ si } a > 0 \Leftrightarrow a = |b|$$

et si $b > 0$ alors $a = b$

mais si $b < 0$ $a = -b$

▪ si $a < 0 \Leftrightarrow -a = |b|$

et si $b > 0$ alors $-a = b$

mais si $b < 0$ $-a = -b$ donc $a = b$

- que signifie $|x| \leq a$?

$$|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

4) Puissances

A. *Règles de base :*

$$a^n = a \times a \times \dots \times a \quad (n \text{ fois})$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \dots \times \frac{1}{a} \quad (n \text{ fois})$$

$$a^1 = a \qquad a^0 = 1$$

B. Règles de calcul :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Exemples :

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$(-5)^3 = -5 \times -5 \times -5 = -125$$

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$5^0 = (-5)^0 = 1$$

C. Identités remarquables

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 - b^3$$

III. Equations, inéquations, systèmes

1) Equations

Résoudre une équation revient à trouver toutes les valeurs de l'inconnue qui vérifient l'équation.

Toute égalité reste vraie du moment où l'on applique la même transformation des deux cotés.

Méthode générale :

- On passe tous les termes d'un seul côté pour obtenir une équation de la forme $P(x)=0$
Dans le cas d'une équation avec des quotients, on enlève de l'ensemble de définition les valeurs qui annulent les dénominateurs, puis on met tout au même dénominateur.
- On factorise $P(x)$ pour obtenir la forme $AxBx...xC=0$
- On utilise le fait qu'un produit de facteurs est nul si et seulement si un facteur est nul pour trouver les racines de l'équation d'où
 - o $A(x)=0$ ou $B(x)=0$
- Avant de proposer les racines solutions, on vérifie qu'elles sont bien dans l'ensemble de définition.

Résolution graphique :

- Si on a la forme $P(x) = 0$, on trace la courbe représentative de la fonction et on lit les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses.

2) Inéquations

On applique la même méthode que pour les équations. La seule différence est que le sens de l'inégalité change lorsqu'on applique une fonction décroissante :

- Multiplication ou division par un nombre négatif
- Application de la fonction inverse
- Application de la fonction carrée (lorsqu'on se trouve dans un ensemble de réels négatifs) etc...

Résolution graphique :

- Si on a la forme $P(x) > 0$, on trace la courbe représentative de la fonction et on lit les abscisses de l'ensemble des points de la courbe qui sont au dessus de l'axe des abscisses.
- Si on a la forme $P(x) < 0$, on trace la courbe représentative de la fonction et on lit les abscisses de l'ensemble des points de la courbe qui sont au dessous de l'axe des abscisses

3) Systèmes

Par le calcul :

On peut utiliser deux méthodes : par substitutions ou par combinaisons :

- Substitution : on exprime une variable en fonction d'une autre, puis on remplace pour obtenir une équation avec une seule inconnue. Une fois une inconnue trouvée, on réintègre pour trouver les autres

- Combinaisons : on applique des combinaisons successives (calculs, multiplication de ligne, soustraction, additions) sur plusieurs lignes de façon à éliminer une ou plusieurs inconnues.

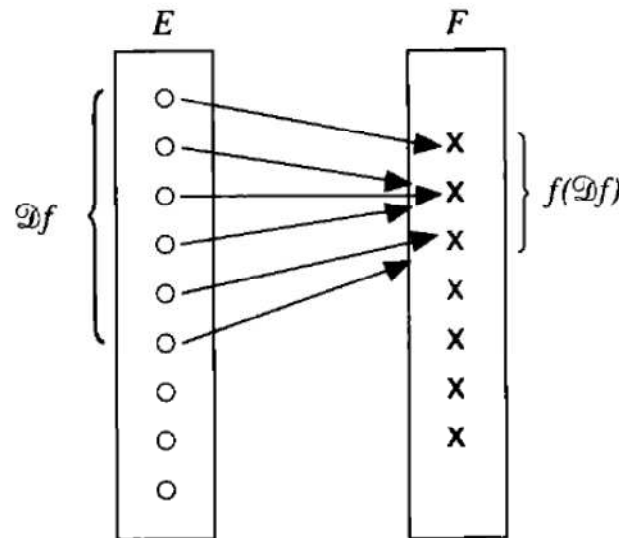
Résolution graphique :

On trace les courbes représentatives des différences fonctions et on lit les abscisses des points d'intersection de ces courbes.

IV. Généralités sur les fonctions.

1) Rappel à propos des définitions, domaine de définition d'une fonction

Définition : Soit deux ensembles E et F , une fonction f de E dans (vers) F est une correspondance entre E et F qui a tout élément x de E associe au plus un élément y de F .



L'ensemble des x de E qui ont une image par f est l'ensemble de définition de la fonction f . On le note souvent D_f .

On dit que f est définie sur D_f . L'ensemble des images se note alors $f(D_f)$.

Remarque 1 : il convient d'éviter l'abus de langage qui consiste à dire « la fonction $f(x)$ », f désigne la fonction alors que $f(x)$ est un élément de l'ensemble d'arrivée.

Remarque 2 : La première recherche à effectuer lorsqu'on considère une fonction est la détermination de son ensemble de définition. Dans le cas où l'on ne nous donne pas l'ensemble de définition de départ, il faut prendre l'ensemble le plus étendu sur lequel la fonction est applicable.

2) Fonctions composées

Soit E et F deux intervalles, soit f une fonction définie sur E à valeurs dans F (c'est à dire que pour tout $x \in E$ on a $f(x) \in F$) et soit g une fonction définie sur F . On appelle fonction composée de g et de f , la fonction notée $g \circ f$ (lire « g rond f ») définie sur E par $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

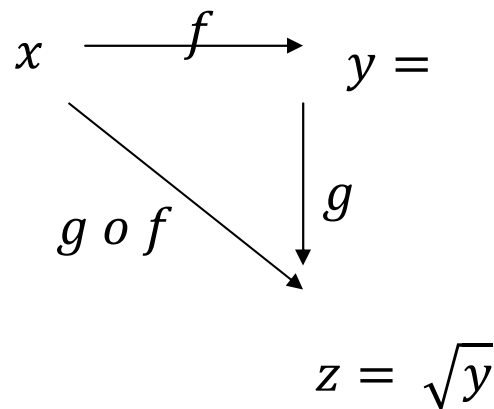
Remarque : la composition de deux fonctions nécessite de considérer attentivement les domaines de définition. La fonction $g \circ f$ n'est définie que si l'ensemble d'arrivée de f est inclus dans l'ensemble de définition de g .

Exemple :

Soit les fonctions $f : x \rightarrow f(x) = 1 - x^2$ et $g : x \rightarrow g(x) = \sqrt{x}$ il est commode de poser $y = f(x) = 1 - x^2$ et $z = g(y) = \sqrt{y}$ avec $y \geq 0$ pour obtenir la fonction

$$(g \circ f): x \rightarrow (g \circ f)(x) = g(f(x)) = \sqrt{1 - x^2}$$

Alors que f peut être définie sur $\mathbb{R}$ il a fallu réduire son domaine de définition à $[-1; +1]$



3) Variations d'une fonction, taux d'accroissement, monotonie

Soit f une fonction définie sur $D \subset \mathbb{R}$ et soit x_1 et x_2 deux points distincts de D

On appelle taux d'accroissement (ou taux de variation) de la fonction f entre x_1 et x_2 le nombre

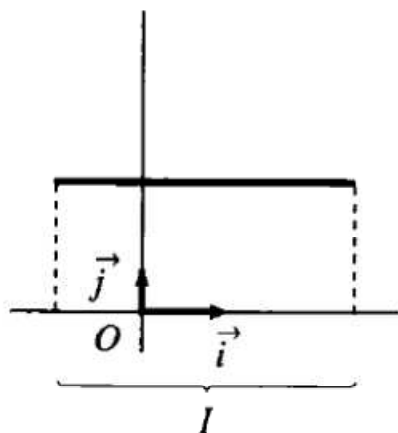
$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$

Soit t le taux d'accroissement de f entre deux nombres quelconques distincts d'un intervalle $I \subset D$

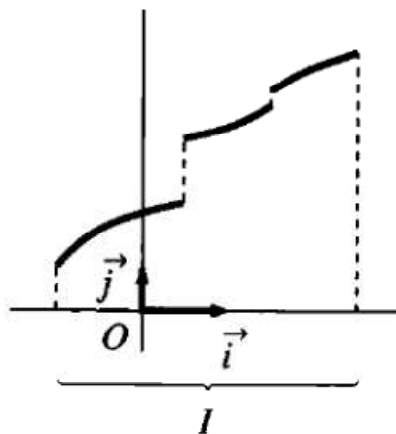
- f est croissante sur I (resp. strictement croissante sur I) si et seulement si $t \geq 0$ (resp. $t > 0$)
- f est décroissante sur I (resp. strictement décroissante sur I) si et seulement si $t \leq 0$ (resp. $t < 0$)
- f est constante sur I si et seulement si $t = 0$

Une fonction est strictement monotone sur un intervalle si elle soit strictement croissante, soit strictement décroissante sur cet intervalle.

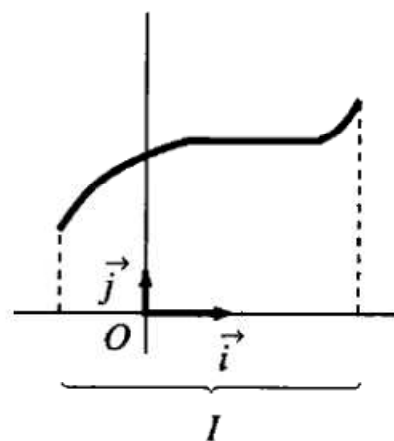
Une fonction est monotone sur un intervalle si elle soit croissante, soit décroissante, soit constante sur cet intervalle.



f constante sur I



f strictement
croissante sur I



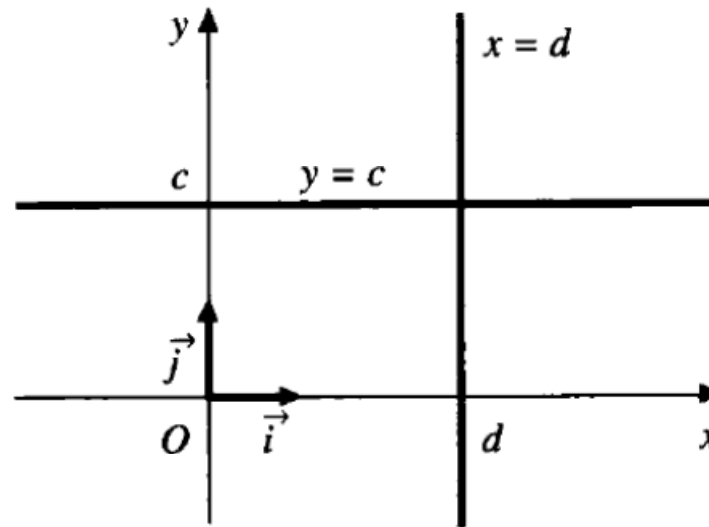
f croissante sur I

4) Les droites

A. *Droites représentatives des équations $y=c$ et $x=d$*

Soit deux nombres réels c et d :

- La droite représentative d'équation $y=c$ est une droite parallèle à l'axe des abscisses, cette droite passe par le point de coordonnées $(0,c)$.
- La droite représentative d'équation $x=d$ est une droite parallèle à l'axe des ordonnées, cette droite passe par le point de coordonnées $(d,0)$.



Remarque : l'axe des abscisses a pour équation $y=0$ et l'axe des ordonnées a pour équation $x=0$

B. La fonction affine $x \rightarrow ax + b$ et la fonction linéaire $x \rightarrow ax$

Etant donné deux nombres réels a et b , la fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que

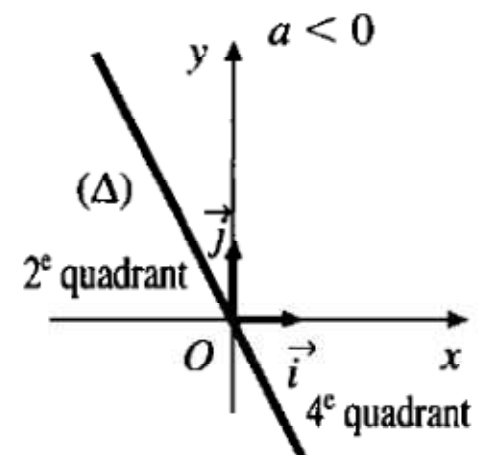
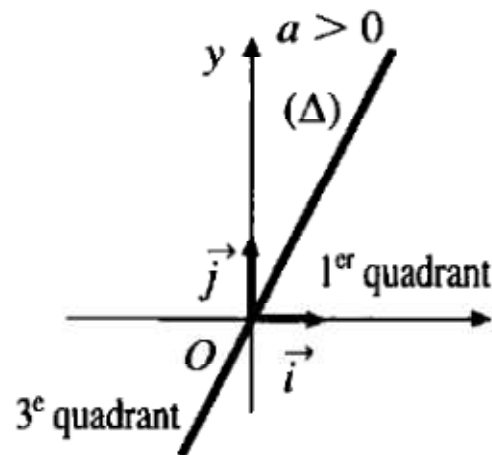
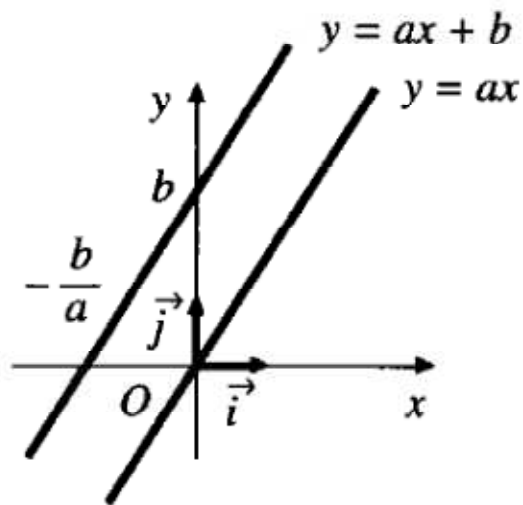
$f(x) = ax + b$ est appelée fonction numérique de premier degré. Si $b \neq 0$ la fonction est dite affine, si $b = 0$ la fonction est dite linéaire. Sa courbe représentative est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(1, a)$ cette droite passe par le point de coordonnées $(0, b)$

- a est appelé coefficient directeur de la droite, c'est le taux d'accroissement constant de la fonction affine ou de la fonction linéaire, si le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est orthonormé, a est appelé pente de la droite.
- b est l'ordonnée à l'origine de la droite.

Remarque 1 : les droites d'équation $y = ax + b$ et $y = ax$ sont parallèles.

Remarque 2 : pour construire la droite d'équation $y = ax + b$ on peut par exemple joindre les points $(0,b)$ et $(-b/a,0)$

Remarque 3 : si $a > 0$, la droite est croissante, si $a < 0$, la droite est décroissante.



5) Présentation des fonctions polynômes, racines d'un polynôme

A. Définitions

On appelle fonction monôme toute fonction définie sur $\mathbb{R}$ de la forme $x \rightarrow a_m x^m$ ou $a_m \in \mathbb{R}$ et $m \in \mathbb{N}$; a_m est appelé coefficient du monôme. Par commodité, il est courant d'appeler $a_m x^m$ monôme de degré m si $a_m \neq 0$

On appelle fonction polynôme toute fonction égale à une somme de fonctions monômes. Le degré d'une fonction polynôme est le degré de son monôme de plus haut degré. On note :

$$x \rightarrow P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0 x^0 = \sum_{m=0}^n a_m x^m$$

On appelle fonction rationnelle toute fonction égale au quotient de deux fonctions polynômes.

Exemple 1 :

La fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = 4x^5 + 6x^4 + 4x^2 + 5x + 2$ est une fonction polynôme de degré 5 ; $4x^5$ est son terme de plus haut degré (degré 5)... 2 est son terme de degré 0, les réels 4,6,0,4,5,2 sont les coefficients de P .

Exemple 2 :

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 2 + \frac{4}{x-3}$ est une fonction rationnelle car en réduisant au même dénominateur, on obtient : $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 10}{x-3}$ (quotient de polynômes)

B. Factorisation de polynômes

a) Division Euclidienne

Quels que soient les polynômes A et B, avec $B \neq 0$ il existe un unique couple de polynômes (Q,R) tels que $A(x) = B(x) \times Q(x) + R(x)$ ou soit le degré de R est $<$ au degré de B soit $R(x)=0$.

b) Divisibilité par (x-a)

Un polynôme P est divisible (factorisable) par (x-a) s'il existe un polynôme Q tel que $P(x) = (x - a)Q(x)$

P est divisible par (x-a) si et seulement si $P(a) = 0$ on dit que a est un zéro(ou une racine) de P

Pour déterminer Q, on peut utiliser soit la division euclidienne ou effectuer une identification.

Exemple :

Soit $P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$, puisque $P(-2)=0$, $P(x)$ est divisible (factorisable) par $(x+2)$, on peut donc écrire $P(x) = (x + 2)Q(x)$

- Détermination de $Q(x)$ par division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l}
 P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6 & x + 2 \\
 2x^2(x + 2) = 2x^3 + 4x^2 & 2x^2 - 5x + 3 = Q(x) \\
 \hline
 P(x) - 2x^2(x + 2) = & -5x^2 - 7x + 6 \\
 -5x(x + 2) = & -5x^2 - 10x \\
 \hline
 (-5x^2 - 7x + 6) - (-5x(x + 2)) = & 3x + 6 \\
 3(x + 2) = & 3x + 6 \\
 \hline
 (3x + 6) - 3(x + 2) = & 0
 \end{array}$$

- Détermination de $Q(x)$ par identification

le polynôme Q est de la forme $Q(x) = ax^2 + bx + c$ donc

$$\begin{aligned} P(x) &= (x + 2)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx + 2ax^2 + 2bx + 2c \\ &= x^3(a) + x^2(2a + b) + x(2b + c) + 2c, \end{aligned}$$

égalité qui implique le système d'équations linéaires
$$\begin{cases} a = 2 \\ 2a + b = -1 \\ 2b + c = -7 \\ 2c = 6 \end{cases}$$

d'où on tire aisément $a = 2$, $b = -5$, $c = 3$ et donc $Q(x) = 2x^2 - 5x + 3$.

C. Formule de binôme de Newton

Soit a et b deux nombres réels et n un nombre entier naturel, un raisonnement par récurrence permet de démontrer la formule suivante :

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^p a^{n-p} b^p + \dots + C_n^n b^n.$$

Avec

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-p+1)}{1 \times 2 \times 3 \dots (p-1) \times p}$$

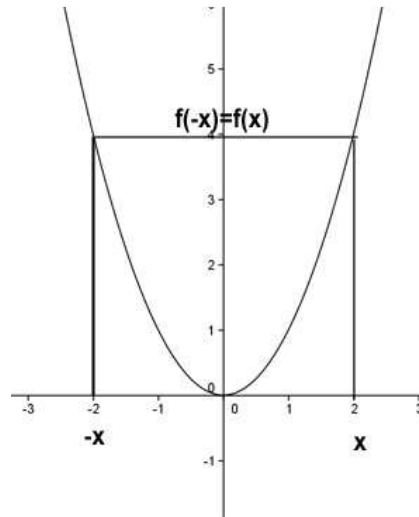
Exemple : $(a + b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$
 car $C_7^0 = C_7^7 = 1$, $C_7^1 = C_7^6 = 7$, $C_7^2 = C_7^5 = \frac{7 \times 6}{1 \times 2} = 21$, $C_7^3 = C_7^4 = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = 35$.

6) Fonctions paires, impaires

Soit f une fonction définie sur $D \subset \mathbb{R}$

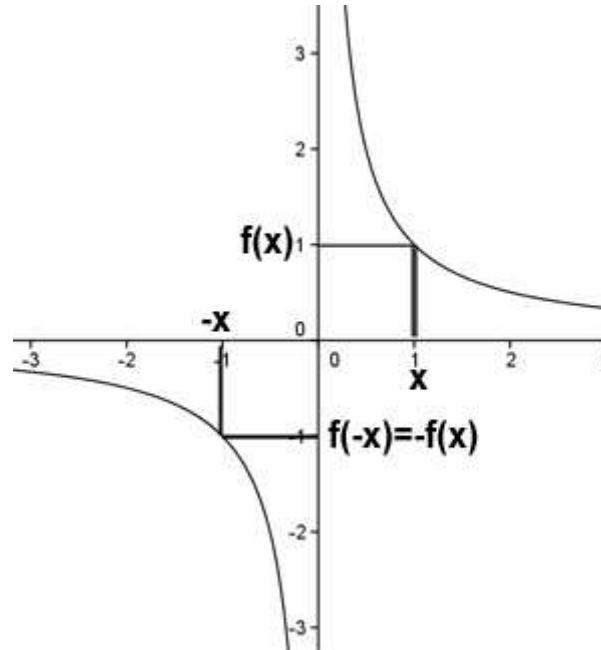
- f est dite paire si et seulement si pour tout x de D , on a :

$$-x \in D \text{ et } f(-x) = f(x)$$



Remarque : on étudiera f sur les positifs puis on tracera une symétrie axiale par rapport à l'axe des ordonnées

- f est dite impaire si et seulement si pour tout x de D , on a :
 $-x \in D$ et $f(-x) = -f(x)$



Remarque : on étudiera f sur les positifs puis on tracera une symétrie centrale par rapport à l'origine

Remarque :

on peut établir les résultats suivants pour tout x de D tel que $(a - x) \in D$

- $f(a - x) = f(x)$ signifie que (C) admet la droite d'équation $x = \frac{a}{2}$ pour axe de symétrie
- $f(a - x) = b - f(x)$ signifie que (C) admet le point $\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}\right)$ pour centre de symétrie

7) Fonctions périodiques

Soit f une fonction définie sur $D \subset \mathbb{R}$, on dit que f est périodique si et seulement si il existe un nombre réel T non nul tel que pour tout $x \in D$:

- $(x + T) \in D$ $(x - T) \in D$
- $f(x + T) = f(x)$

Le nombre T est donc une période de f . Pour étudier une fonction périodique de période T , il suffit d'étudier f sur un intervalle de longueur T puis de tracer la courbe en effectuant des translations successives.

